

**Tutorato di Statistica 1 del 27/11/2010**  
**Docente: Prof.ssa Enza Orlandi**  
**Tutore: Dott.ssa Barbara De Cicco**

**Esercizio 1.**

I carichi di rottura espressi in libbre di 5 campioni di corda di manila con un diametro di 3/16 di pollici sono risultati essere (6.60, 4.60, 5.40, 5.80, 5.50).

1. Stimare il carico di rottura medio con un intervallo di confidenza al 95%, assumendo la normalità.
2. Stimare  $\sigma^2$  con un intervallo di confidenza al 90%; stimare anche  $\sigma$ .
3. Tracciate una regione di confidenza all'81% per la stima congiunta di  $\mu$  e  $\sigma^2$ ; e tracciatene una anche per  $\mu$  e  $\sigma$ .

**Esercizio 2.**

Supponiamo che la variabile casuale  $Y \sim \Gamma(2, \beta)$ . Mostrate con il metodo della funzione generatrice dei momenti, che  $Z = 2\beta Y \sim \chi_4^2$ . Usate  $Z$  come quantità pivotale per trovare un intervallo di confidenza di livello 0,90 per  $\beta$ .

**Esercizio 3.**

Siano  $Y_1, \dots, Y_n$  v.a. distribuite come una  $Unif(0, \theta)$ . Sia  $Y_{(n)} = \max\{Y_1, \dots, Y_n\}$  e sia  $U = \frac{1}{\theta} Y_{(n)}$ .

1. Mostrate che  $U$  ha la seguente funzione di distribuzione:

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & u < 0 \\ u^n & 0 \leq u \leq 1 \\ 1 & u > 1 \end{cases}$$

2. Poichè la distribuzione di  $U$  non dipende dal parametro  $\theta$ ,  $U$  è una quantità pivotale, usarla per trovare un intervallo di confidenza inferiore di livello 0,95.

**Esercizio 4.**

É data una distribuzione di Bernoulli  $X$ , dove  $P(X = 1) = \theta = 1 - P(X = 0)$ .

1. Per un campione casuale di ampiezza  $n = 10$ , verificate  $H_0 : \theta \leq 1/2$  in alternativa a  $H_1 : \theta > 1/2$ . Usate la regione critica  $\{\sum_{i=1}^{10} x_i \geq 6\}$ . Trovate la funzione di potenza e rappresentatela. Qual è l'ampiezza di questo test?
2. Per un campione di ampiezza  $n = 10$  trovate il test più potente di ampiezza  $\alpha$  ( $\alpha = 0.0547$ ) per  $H_0 : \theta = 1/2$  in alternativa a  $H_1 : \theta = 1/4$ .

**Esercizio 5.**

Sia  $X_1, \dots, X_n$  un campione casuale da  $N(\mu, 25)$ . Si vuole testare in seguente test di ipotesi:  $H_0 : \mu = 10$  contro  $H_1 : \mu = 5$ . Trovare l'ampiezza  $n$  per cui il test più potente ha  $\alpha = \beta = 0,025$  dove  $\alpha$  e  $\beta$  sono rispettivamente gli errori di I e II specie.